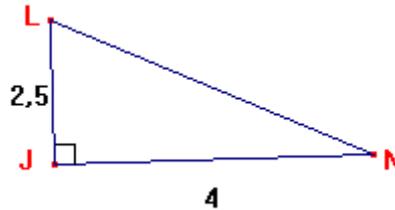


Théorème de Pythagore : Exercices d'applications

1- Calcul de l'hypoténuse :

LJN est un triangle rectangle en J, tel que :
 LJ = 2,5 cm et JN = 4 cm .
 Calculer LN (donner la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième).

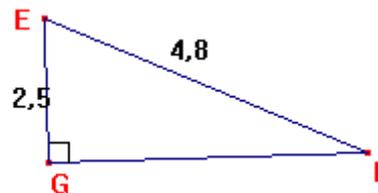


On est ici dans le cas où on peut utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur, puisque le triangle LJN **est rectangle** et on connaît les **longueurs de deux côtés**.

Rédaction	Commentaires
<p><u>On sait que</u> : -le triangle LJN est rectangle en J, son hypoténuse est [LN], - LJ=2,5 cm et NJ = 4 cm Or, d'après le théorème de Pythagore :</p> $JL^2 + JN^2 = LN^2$ <p>donc, $2,5^2 + 4^2 = LN^2$</p> $6,25 + 16 = LN^2$ $LN^2 = 22,25$ $LN = \sqrt{22,25}$ $LN \approx 4,7 \text{ cm.}$	<p>On s'assure que le triangle est rectangle On applique le théorème à ce triangle rectangle. Si un triangle est rectangle alors</p> <p style="text-align: center;">La somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit</p> <p style="text-align: center;">est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse.</p> <p style="text-align: center;">$JL^2 + JN^2 = LN^2$</p> <p>On reporte les valeurs connues dans cette égalité</p> <p>est la valeur exacte de LN Avec la calculatrice, on trouve:4,716.... Le chiffre des centièmes étant 1, l'arrondi au dixièmes est 4,7</p>

2) Calcul d'un côté de l'angle droit :

EFG est un triangle rectangle en G tel que :
 EG = 2,5 cm et EF = 4,8 cm.
 Calculer GF (donner la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième).

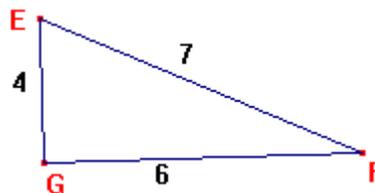


On est ici dans le cas où on peut utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur, puisque le triangle EFG **est rectangle** et on connaît les **longueurs de deux côtés**.

Rédaction	Commentaires
<p>On sait que : - le triangle EFG est rectangle en G, son hypoténuse est [EF] - EF = 4,8 cm et EG = 2,5 cm. Or, d'après le théorème de Pythagore :</p>	<p>On s'assure que le triangle est rectangle On applique le théorème à ce triangle rectangle. Si un triangle est rectangle alors</p> <p>La somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit</p> <p>est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse.</p> <p>$GE^2 + GF^2 = EF^2$</p>
<p>$GE^2 + GF^2 = EF^2$</p> <p>Donc :</p> <p>$2,5^2 + GF^2 = 4,8^2$</p> <p>$6,25 + GF^2 = 23,04$ $GF^2 = 23,04 - 6,25$ $GF^2 = 16,79$ $GF = \sqrt{16,79}$</p> <p>$GF \approx 4,1$ cm.</p>	<p>On reporte les valeurs connues dans cette égalité</p> <p>$\sqrt{16,79}$ est la valeur exacte de GF. Avec la calculatrice, on trouve: 4,097..... Le chiffre des centièmes étant 9, l'arrondi au dixième est 4,1.</p>

3) Montrer qu'un triangle n'est pas rectangle :

EFG est un triangle tel que :
EF = 7 cm, EG = 4 cm et GF = 6 cm.
Montrer que le triangle EGF n'est pas rectangle.



On est ici dans le cas où on peut utiliser la conséquence du théorème de Pythagore, puisqu'on connaît les longueurs des trois côtés.

Enoncé :

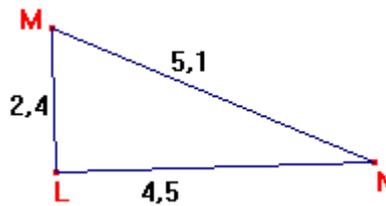
Dans un triangle,
si le carré du plus grand côté n'est pas égal $\longrightarrow EF^2$
à la somme des carrés des deux autres côtés, $\longrightarrow EG^2 + GF^2$
alors ce triangle n'est pas rectangle.

Donc pour bien rédiger, on **doit d'abord effectuer les calculs** et ensuite comparer les résultats.

Rédaction	Commentaires
Dans le triangle EFG, le côté le plus long est [EF]. $EF^2 = 7^2 = 49$	On repère le côté le plus long et on calcule le carré de sa longueur.
$EG^2 + GF^2 =$ $4^2 + 6^2 =$ $16 + 36 = 52$	On calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
On a donc $EF^2 \neq EG^2 + GF^2$ donc d'après la conséquence du théorème de Pythagore, le triangle EFG n'est pas rectangle.	En effet si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore l'égalité $EF^2 = EG^2 + GF^2$ serait vraie. Or elle est fausse, donc le triangle n'est pas rectangle.

4) Montrer qu'un triangle est rectangle :

LMN est un triangle tel que :
 MN = 5,1 cm, ML = 2,4 cm et LN = 4,5 cm.
 Montrer que le triangle LMN est rectangle.



On est ici dans le cas où on peut utiliser la réciproque du théorème de Pythagore, puisqu'on connaît les longueurs des trois côtés.

Énoncé :

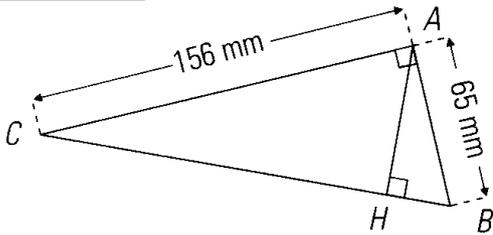
Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal	\longrightarrow MN^2
à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.	\longrightarrow $LM^2 + LN^2$

Donc pour bien rédiger, on **doit d'abord effectuer les calculs** et ensuite comparer les résultats.

Rédaction	Commentaires
Dans le triangle LMN, le côté le plus long est [MN] $MN^2 = 5,1^2 = 26,01$	On repère le côté le plus long et on calcule le carré de sa longueur.
$LM^2 + LN^2 =$ $2,4^2 + 4,5^2 =$ $5,76 + 20,25 = 26,01$	On calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
On a donc $MN^2 = LM^2 + LN^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LMN est rectangle en L.	[MN] est le côté le plus long donc c'est l'hypoténuse, donc L est le sommet de l'angle droit.

Théorème de Pythagore : Exercices d'approfondissement et de recherche

Exercice 1 :

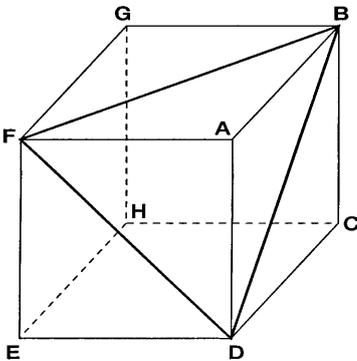


- 1) Reproduis la figure en vraie grandeur.
- 2) Calcule BC.
- 3) Exprime l'aire du triangle ABC en fonction de AC et AB. Calcule-la.
- 4) Exprime son aire en fonction de BC et AH. Déduis-en que $AH = 60$ mm.
- 5) Calcule alors CH puis HB.

Exercice 2 :

Soit (C) un cercle de centre O et de 3cm de rayon. A est un point de (C) . (C') est un cercle de centre A et de 3cm de rayon. (C) et (C') se coupent en M et N . Calculer MN (donner un arrondi à 0,1cm près).

Exercice 3:



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

$AF = 3,9$ cm ; $AD = 8$ cm et $FB = 6,5$ cm.

- 1) Calcule la longueur FD .
 - a) Quelle est la nature du triangle FAB ? Dessine-le en vraie grandeur.
 - b) Calcule la longueur AB .
- 2) Calcule la longueur BD . Donne sa valeur exacte puis une valeur approchée à 0,1 près.
- 3) Le triangle FBD est-il rectangle ?

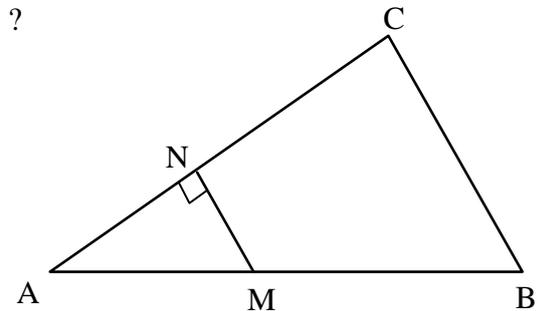
Exercice 4 :

$AN = 2$ cm, $NC = 3$ cm, $CB = 3,3$ cm

$AM = 2,4$ cm, $AB = 6$ cm.

a) Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

b) Calcule une valeur approchée arrondie au dixième près de MN .



Exercice 5 :

Construire un trapèze ABCD de bases $[AB]$ et $[DC]$ avec les dimensions suivantes: $AB = 4,5$ cm ; $AD = 2,8$ cm ; $DB = 5,3$ cm ; $DC = 6,5$ cm

a) Que peut-on dire du triangle ABD ?

b) Calculer AC . Justifier

